Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles

Alexiane PLESSIER, CEA, LJLL

Stéphane DEL PINO, CEA

Bruno DESPRÉS, LJLL

Le but de ce projet est de travailler sur les interactions fluide-structure, en considérant une structure fine en formalisme Lagrangien.
Pour approcher les équations traduisant le mouvement des fluides, on utilise traditionnellement des schémas explicites qui pour être stables sont sujets à une condition CFL. Dans le cas qui nous intéresse, l'épaisseur de la structure peut être très fine et la vitesse du son très grande. Il est donc nécessaire de prendre un pas de temps très petit et par conséquent, il est difficile d'obtenir de bons résultats numériques à faibles coûts.
Pour remédier à ce problème, l'idée est d'utiliser des schémas implicites. Néanmoins, des difficultés techniques majeures apparaissent, notamment celle de montrer que le schéma est bien défini (la solution au temps suivant existe et est unique). Nous proposons un schéma implicite non linéaire pour la partie hydrodynamique qui résout les équations d'Euler compressibles multi-D écrites en formalisme semi-Lagrangien.
Ce schéma implicite non linéaire est basé sur une méthode de prédiction-correction [1]. La phase de prédiction résout les équations d'Euler isentropiques et la phase de correction correspond à la discrétisation des équations d'Euler avec conservation de l'énergie totale. La preuve de stabilité inconditionnelle du schéma implicite, voir [2], résulte de la réécriture du problème sous la forme

$$\begin{cases} \text{Trouver } U \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \text{ tel que} \\ \nabla J(U) = AU, \end{cases} \tag{1}$$

où U est le vecteur des inconnues, J une fonctionnelle convexe définie sur le domaine $\mathcal{D}$ et A une matrice antisymétrique de coefficients réels. Il sera précisé sous quelles hypothèses le problème (1) admet une unique solution, ainsi que le déroulé de la preuve. Quelques résultats numériques attestant de la précision et de la robustesse de ce schéma implicite seront présentés. La stabilité inconditionnelle sera évoquée au travers d'inégalités entropiques. Nous discuterons de la sensibilité par rapport à l'augmentation du pas de temps, de l'utilisation d'un solveur explicite-implicite selon les parties du domaine, du coût de calcul par rapport au solveur acoustique explicite.

Références

[1] C. Chalons and F. Coquel and C. Marmignon *Time-Implicit Approximation of the Multi-pressure Gas Dynamics Equations in Several Space Dimensions*, SIAM, Vol 48, 2010.

[2] A. Plessier and S. Del Pino and B. Després, *Implicit discretization of Lagrangian gas dynamics*, soumis.

Alexiane PLESSIER, CEA, DAM, DIF - F-91297 Arpajon, LJLL - Paris
alexiane.plessier@cea.fr