

# Quelques aspects pratiques de la méthode des Eléments Finis

2

## Maillage

Création de maillages triangulaires : on peut utiliser le logiciel `emc2`

Structure d'un fichier `toto.amdba` généré par `emc2`

```
Nbre_noeuds  Nbre_triangles
Pour i = 1, ..., Nbre_noeuds
  i  Coor_Noeud(i,1)  Coor_Noeud(i,2)  Ref_noeud(i)
Pour l = 1, ..., Nbre_triangles
  l  Num_Sommet(1,1)  Num_Sommet(1,2)  Num_Sommet(1,3)  Ref_triangle(l)
```

## Maillage

Création de maillages triangulaires : on peut utiliser le logiciel **emc2**

Structure d'un fichier **toto.msh** généré par **emc2**

```
Nbre_noeuds  Nbre_triangles  Nbre_aretes_interfaces
Pour i = 1, ..., Nbre_noeuds
    Coor_Noeud(i,1)  Coor_Noeud(i,2)  Ref_noeud(i)
Pour l = 1, ..., Nbre_triangles
    Num_Sommet(l,1)  Num_Sommet(l,2)  Num_Sommet(l,3)  Ref_triangle(l)
Pour k = 1, ..., Nbre_aretes_interfaces
    Num_Sommet_A(k,1)  Num_Sommet_A(k,2)  Ref_arete(k)
```

## Structure d'un programme Eléments Finis

**Etape 1** Lecture du maillage.

a - Lecture des tableaux :

```
Coor_Noeud(1:Nbre_noeuds, 1:2)
Num_Sommet(1:Nbre_triangles, 1:3)
Ref_noeud(1:Nbre_noeuds)
...
```

b - Création des degrés de libertés (ddls)

```
Coor_ddl(1:Nbre_ddls, 1:2)
Num_ddl(1:Nbre_triangles, 1:N_ddls_triangle)
(numérotation globale des ddls par triangles)
```

**Remarque :** Pour les éléments finis  $P_1$  :

```
Coor_ddl = Coor_Noeud ; Num_ddl = Num_Sommet
```

## Structure d'un programme Eléments Finis

**Etape 2 :** Calcul et assemblage de la matrice :  $A_{I,J} = a(w_J, w_I)$

$A = \text{sparse}(\text{Nbre\_ddls}, \text{Nbre\_ddls})$  (déf. matrices creuses sous matlab)

Pour  $l = 1, \text{Nbre\_triangles}$  (boucle sur les triangles)

Calcul des  $A^l(i, j) = a(\tau_i^l, \tau_j^l)$

Pour  $i = 1, \text{Nbre\_ddls\_triangle}$

Pour  $j = 1, \text{Nbre\_ddls\_triangle}$

$I = \text{Num\_ddl}(1, i)$

$J = \text{Num\_ddl}(1, j)$

$A_{I,J} = A_{I,J} + A^l(i, j)$

Fin boucle  $j$

Fin boucle  $i$

Fin boucle  $l$

## Structure d'un programme Eléments Finis

**Etape 3 :** Calcul et assemblage du second membre :  $F_I = \ell(w_I)$

$F = 0$

Pour  $l = 1, \text{Nbre\_triangles}$  (boucle sur les triangles)

Pour  $i = 1, \text{Nbre\_ddls\_triangle}$

Calcul de  $F_i^l = \ell(\tau_i^l)$

$I = \text{Num\_ddl}(1, i)$

$F_I = F_I + F_i^l$

Fin boucle  $i$

Fin boucle  $l$

## Structure d'un programme Eléments Finis

**Etape 4 :** Prise en compte des conditions aux limites de Dirichlet

Pour les ddl  $I$  qui sont sur un bord de Dirichlet

- on met à zéro le second membre  $F_I$

- on met à zéro les termes extra-diagonaux sur la  $I$  ème ligne et la  $I$  ème colonne de  $A$ .

```

Pour I = 1, Nbre_ddls
  IF (ref_ddl(I) == ref bord de Dirichlet) THEN
     $F_I = 0$ 
     $A_{I,J} = A_{J,I} = \delta_{I,J} A_{I,I}$ 
  END
Fin boucle I

```

## Structure d'un programme Eléments Finis

**Etape 5 :** Résolution du système linéaire :

$$AU = F$$

On résout le système sans calculer l'inverse de la matrice !

Exemple : par élimination de Gauss (factorisation  $LU$ )

$U = A \setminus F$  ; (*sous matlab*)

**Etape 6 :** Ecriture (et visualisation) de la solution

Exemple sous matlab

```

trisurf(Num_Sommet(:,1:3),Coor_Noeud(:,1),Coor_Noeud(:,2), U);
view(2);
shading interp;

```