
TD 4 : Variables aléatoires discrètes

Exercice 1.

Quatre bus transportent 150 supporters pour un match de football. Les bus transportent respectivement 40, 35, 25 et 50 supporters. On choisit un supporter et un chauffeur au hasard et on note X le nombre de passagers dans le bus du supporter et Y celui dans le bus du chauffeur.

- Donner les lois de X et Y .
- Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathbb{E}[Y]$.

Exercice 2.

Une compagnie d'assurance automobile a remarqué que la probabilité qu'un assuré ait n sinistres en un an est proportionnelle à 0.1^n . De plus, si l'automobile de l'assuré vaut N euros, pour chaque sinistre la probabilité que le coût du sinistre soit de k euros est égale à

$$\binom{N+1}{k} \frac{3^k}{4^{N+1}},$$

indépendamment du nombre de sinistres annuels. On note X le nombre de sinistres de l'assuré en un an et Y_N le coût de chaque sinistre.

- Quelle est la loi de X ?
- Calculer $\mathbb{E}[X]$ et $\mathbb{E}[Y_N]$.
- Quelle prime annuelle la compagnie doit-elle faire payer au conducteur d'une voiture de 10000 euros ?

Exercice 3.

Deux agents immobiliers A et B doivent louer deux appartements identiques dont les loyers mensuels respectifs sont 1000 et 800 euros. Si ils concluent l'affaire, ils touchent l'équivalent d'un loyer et une visite leur prend 1 heure. La probabilité qu'un client ne prenne aucun des trois appartements est 0.5. L'agent A commence par le plus cher et continue les visites dans l'ordre décroissant des loyers. On note p la probabilité que le client loue le premier appartement. La probabilité que le client le refuse mais accepte le second est $2p$.

L'agent B commence par le moins cher et continue les visites dans l'ordre croissant des loyers. On note q la probabilité que le client loue le premier appartement. La probabilité que le client le refuse mais accepte le second est $q/2$.

On note respectivement X et Y les salaires horaires des agents A et B

- En fonction de p et q , quelles sont les lois de X et Y ?
- Quelles sont les valeurs de p et q ?
- Quelle est la meilleure stratégie ?