

TD 5 : Variables aléatoires discrètes (suite)

Exercice 1.

Un joueur lance deux dés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On suppose que les dés sont non-truqués. Le jeu suit les règles suivantes :

- Si les deux dés donnent le même numéro alors le joueur perd 10 points.
- Si les deux dés donnent deux numéros de parités différentes (l'un est pair et l'autre impair) alors il perd 5 points.
- Dans les autres cas il gagne 15 points.

Le joueur joue une partie et on note X la variable aléatoire correspond au nombre de points obtenus par lui.

a)) Déterminez la loi de probabilité de X puis calculez l'espérance et l'écart type de X .

Le joueur effectue 10 parties de suite. Les résultats des parties sont indépendants les uns des autres.

On appelle alors Y la variable aléatoire égale au nombre de fois que le joueur gagne 15 points.

- b) Expliquez pourquoi Y suit une loi binomiale. Quels sont les paramètres de Y ?
- c) Quelle est la probabilité que le joueur gagne au moins une fois 15 points ?
- d) Combien de fois le joueur peut espérer gagner 15 points ?

Le joueur joue n parties de suite.

- e) Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une fois 15 points ?
- f) Combien de fois devra-t-il jouer pour que sa probabilité de gagner au moins une fois 15 points est strictement supérieure à 0,9999 ?

Exercice 2.

Soit X la variable aléatoire égale à la variation quotidienne de la valeur d'une action exprimée en euros. On suppose que X suit la loi suivante :

$$\forall k \in \mathbb{Z}, \quad P(X = k) = \frac{a}{2^{|k|}}, \quad \text{avec } a > 0.$$

On suppose que les variations quotidiennes sont indépendantes.

- a) Calculer a .
- b) Supposons que l'on détienne pour 100 euros d'action. On note Y_n notre richesse au bout de n jours de cotation. Donner la fonction génératrice, l'espérance et la variance de Y_1 .
- c) Donner la fonction génératrice, l'espérance et la variance de Y_n .